

# Druckerhöhung in der zylindersymmetrischen Lichtbogensäule bei überlagertem axialen Magnetfeld

Von R. WIENECKE

Aus dem Institut für Plasmaphysik, Garching bei München  
(Z. Naturforsch. 18 a, 1151–1156 [1963]; eingegangen am 12. September 1963)

Überlagert man einer zylindersymmetrischen Lichtbogensäule ein axiales Magnetfeld, so werden die nach außen gerichteten Diffusionsströme von Elektronen und Ionen anfangs gehemmt, während die Neutralteilchen zunächst nicht beeinflußt werden. Hierdurch kommt es zum Anstieg des Gesamtdruckes in den heißen Gebieten. Ausgehend von den Impulserhaltungsgleichungen für die Einzelkomponenten wird für Wasserstoff und Helium der Druckverlauf in Abhängigkeit von der Temperatur unter Variation des von außen angelegten Magnetfeldes und des Gasdruckes am äußeren Rand der Leitfähigkeitszone berechnet und diskutiert. Der Einfluß des Eigenmagnetfeldes der Entladung auf den Druckverlauf wird an Hand eines Modells abgeschätzt.

## I. Einführung

Ist eine zylindersymmetrische Entladung unter hohem Druck (Lichtbogenentladung) in einem Rohr mit dem Radius  $R$ , dessen Temperatur  $T_0$  °K betragen möge, eingeschlossen, so stellen sich in radialer Richtung stationäre Diffusionsströme derart ein, daß das Neutralgas zur Entladungssachse und die geladenen Elektronen und Ionen von der Achse nach außen diffundieren. Dabei bildet sich ein elektrisches Feld so aus, daß die radiale Diffusionsgeschwindigkeit von Elektronen und Ionen gleich wird, in radialer Richtung also kein elektrischer Strom fließt. Bedingung für die Stationarität ist außerdem, daß die Summe aller radialen Massenströme verschwindet.

Überlagert man einer derartigen Entladungssäule ein axiales Magnetfeld, so wird im Einschwingzustand der Diffusionsstrom der Neutralteilchen zunächst nicht verändert, während derjenige der geladenen Teilchen gehemmt wird. Dadurch kommt es in den heißesten Gebieten zu einem Anstieg des Gesamtdruckes. Dieser steigt so lange an, bis sich ein neues stationäres Gleichgewicht in dem Sinn einstellt, daß die Summe aller Massenströme (Elektronen und Ionen nach außen, Neutralteilchen nach innen) wieder verschwindet. Besser versteht man den Aufbau eines Druckgradienten, wenn man bedenkt, daß die nach außen diffundierenden Elektronen und Ionen durch das axiale Magnetfeld in  $\varphi$ -Richtung abgelenkt werden und sich dadurch ein elektrischer Strom in  $\varphi$ -Richtung ausbildet. Dieser Strom hat ein Magnetfeld zur Folge, das das von außen angelegte Feld im Innern schwächt. Dem Druckgradienten wird daher durch einen Gradienten des magnetischen Feldes das Gleichgewicht gehalten. Ziel der

vorliegenden Untersuchung ist die Berechnung des Druckverlaufs in der Säule einer Hochdruckentladung bei Anwesenheit eines achsenparallelen äußeren Magnetfeldes.

## II. Grundgleichungen und Voraussetzungen

Angenommen werde eine stationäre zylindersymmetrische Entladung unendlicher Länge, in der überall lokales thermisches Gleichgewicht ( $T_e = T_i = T_0$ ) herrscht, und in der die SAHA-Gleichung zur Berechnung des Ionisationsgrades gültig ist. Die Schwerpunktgeschwindigkeit  $v$  des Plasmas soll überall verschwinden, wobei eine allenfalls in  $z$ -Richtung vorhandene Komponente von  $v$  die Betrachtungen nicht stört, da wir uns nur für Vorgänge in senkrechter Richtung zur Entladungssachse interessieren. Das von außen überlagerte Magnetfeld habe nur eine  $z$ -Komponente, während das Eigenmagnetfeld des Entladungsstromes vernachlässigt wird. Das Plasma selbst soll quasineutral sein, d. h. es gilt überall  $n_i = n_e$ .

Als Grundgleichungen werden die von SCHLÜTER<sup>1</sup> angegebenen Bewegungsgleichungen für die Komponenten eines Plasmas mit Neutralgas verwandt:

$$\begin{aligned} Q_i \frac{dv_i}{dt} + n_i n_e \varepsilon_{ie} (v_i - v_e) + n_i n_0 \varepsilon_{i0} (v_i - v_0) \\ = - \text{grad } p_i + n_i e \mathcal{E} + n_i e [v_i \times \mathcal{B}], \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Q_e \frac{dv_e}{dt} + n_i n_e \varepsilon_{ie} (v_e - v_i) + n_e n_0 \varepsilon_{e0} (v_e - v_0) \\ = - \text{grad } p_e - n_e e \mathcal{E} - n_e e [v_e \times \mathcal{B}], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} Q_0 \frac{dv_0}{dt} + n_0 n_i \varepsilon_{i0} (v_0 - v_i) + n_0 n_e \varepsilon_{e0} (v_0 - v_e) \\ = - \text{grad } p_0. \end{aligned} \quad (3)$$

<sup>1</sup> A. SCHLÜTER, Z. Naturforsch. 5 a, 72 [1950]; 6 a, 73 [1951].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

Eine der drei Bewegungsgleichungen kann man durch die Bewegungsgleichung des Gesamtplasmas ersetzen, wie man leicht durch Addition der Gln. (1), (2) und (3) findet:

$$\varrho \frac{dv}{dt} = -\operatorname{grad} p + [\mathbf{j} \times \mathcal{B}] = 0. \quad (4)$$

Dabei ist benutzt worden:

$$\mathbf{j} = e n_i (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_e), \quad p = 2 p_i + p_0. \quad (5), (6)$$

Die Definition der Schwerpunktgeschwindigkeit liefert:

$$\begin{aligned} \varrho \mathbf{v} &= \varrho_e \mathbf{v}_e + \varrho_i \mathbf{v}_i + \varrho_0 \mathbf{v}_0 \\ &= m_0 \left( n_i \frac{m_e}{m_i} \mathbf{v}_e + n_i \mathbf{v}_i + n_0 \mathbf{v}_0 \right) = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Die Schwerpunktgeschwindigkeit der Ladungsträger ist definiert durch:

$$(\varrho_e + \varrho_i) \mathbf{v}_L = \varrho_e \mathbf{v}_e + \varrho_i \mathbf{v}_i. \quad (8)$$

Außerdem werden benutzt:

Ideale Gasgleichung:

$$p = (2 n_i + n_0) k T; \quad p_i = n_i k T; \quad p_0 = n_0 k T; \quad (9)$$

SAHA-Gleichung:

$$\frac{p_i^2}{p_0} = \frac{2 Z_i}{Z_0} \frac{(2 \pi m_e)^{3/2} (k T)^{5/2}}{h^3} \exp \left\{ - \frac{Z_i}{k T} \right\}, \quad (10)$$

Aus Gl. (18) kann man  $\mathbf{v}_L$  eliminieren und in (17) einsetzen:

$$\mathbf{v}_L = \frac{1}{n_i(n_0+n_i)(\varepsilon_{i0}+\varepsilon_{e0})} \left[ \frac{\mathbf{j}}{e} \left( \varepsilon_{e0} - \frac{m_e}{m_i} \varepsilon_{i0} \right) n_0 + \operatorname{grad} p_0 \right], \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -\frac{\mathbf{j}}{e} (n_i + n_0) [n_i \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + n_0 \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}] &= -(n_i + n_0) (\varepsilon_{i0} - \varepsilon_{e0}) \operatorname{grad} p_i + [(n_i + n_0) \varepsilon_{i0} - n_0 \varepsilon_{e0}] [\mathbf{j} \times \mathcal{B}] \\ &\quad - n_i (n_i + n_0) (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) e \mathfrak{E} - e [\operatorname{grad} p_0 \times \mathcal{B}]. \end{aligned} \quad (20)$$

Bildet man von Gl. (20) die  $r$ -Komponente, so erhält man mit  $j_r = 0$  eine Gleichung für  $\mathfrak{E}_r$ . Bildet man dagegen die  $\varphi$ -Komponente, so erhält man:

$$-\frac{\mathbf{j}_\varphi}{e} (n_i + n_0) [n_i \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + n_0 \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}] = e B_z \operatorname{grad}_r p_0 \quad (21)$$

$$\text{oder } \mathbf{j}_\varphi = - \frac{e^2 B_z}{(n_i + n_0) [n_i \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + n_0 \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}]} \operatorname{grad}_r p_0. \quad (21 \text{ a})$$

Andererseits gilt mit Gl. (4):

$$\operatorname{grad}_r p = j_\varphi B_z.$$

Daraus folgt die wichtige Beziehung:

$$\operatorname{grad}_r p = \frac{e^2 B_z^2}{(n_i + n_0) [n_i \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + n_0 \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}]} \operatorname{grad} p_0. \quad (22)$$

Mit Hilfe der SAHA-Gleichung (10)  $p_i^2/p_0 = S(T)$  und des DALTONSchen Gesetzes kann man schreiben:

$$p_0 = p + 2 S - 2 \sqrt{p S + S^2} = p_0(p, T), \quad p_i = + \sqrt{p S + S^2} - S = p_i(p, T). \quad (23), (24)$$

Daraus erhält man durch Differentiation:

$$\operatorname{grad} p_0 = \left( \frac{\partial p_0}{\partial p} \right)_T \operatorname{grad} p + \left( \frac{\partial p_0}{\partial T} \right)_p \operatorname{grad} T = \frac{p_0}{p_i + p_0} \operatorname{grad} p - \frac{p_0^2}{p_i(p_i + p_0)} \frac{dS}{dT} \operatorname{grad} T. \quad (25)$$

MAXWELL-Gleichungen:

$$\operatorname{rot} \mathfrak{E} = 0, \quad \mathfrak{E} \cdot \varphi = 0, \quad (11)$$

$$\operatorname{rot} \mathcal{B} = \mu_0 \cdot \mathbf{j}, \quad (12)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad j_r = 0. \quad (13)$$

### III. Bestimmung des Druckverlaufs in der Entladung

Ersetzt man mit Hilfe der Gln. (5), (7) und (8) die Geschwindigkeiten  $\mathbf{v}_i$ ,  $\mathbf{v}_e$  und  $\mathbf{v}_0$  durch die Stromdichte  $\mathbf{j}$  und die Geschwindigkeit  $\mathbf{v}_L$ , so erhält man:

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_L - \frac{\mathbf{j}}{n_i e}, \quad (14)$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_L + \frac{m_e}{m_i} \frac{\mathbf{j}}{n_i e}, \quad (15)$$

$$\mathbf{v}_0 = - \frac{n_i}{n_0} \left( 1 + \frac{m_e}{m_i} \right) \mathbf{v}_L. \quad (16)$$

Setzt man diese Ausdrücke in die Gln. (2) und (3) ein, so ergeben sich zwei Gleichungen für  $\mathbf{j}$  und  $\mathbf{v}_L$ :

$$\begin{aligned} -\frac{\mathbf{j}}{e} (n_i \varepsilon_{ie} + n_0 \varepsilon_{e0}) + n_i (n_0 + n_i) \varepsilon_{e0} \mathbf{v}_L \\ = -\operatorname{grad} p_i - n_i e [\mathfrak{E} + [\mathbf{v}_L \times \mathcal{B}]] + [\mathbf{j} \times \mathcal{B}], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{j}}{e} \left( \varepsilon_{e0} - \frac{m_e}{m_i} \varepsilon_{i0} \right) n_0 - n_i (n_0 + n_i) (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) \mathbf{v}_L \\ = -\operatorname{grad} p_0. \end{aligned} \quad (18)$$

Setzt man diesen Ausdruck in (22) ein, so erhält man schließlich:

$$\text{grad}_r p = \frac{n_0^2 e^2 B_z^2 (\text{d}S/\text{dT}) \text{grad}_r T}{n_i (n_0 + n_i)^2 [n_i \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + n_0 \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}] + n_i n_0 e^2 B_z^2}. \quad (26)$$

Ersetzt man in Gl. (26) die Teilchendichten durch die Partialdrücke und diese entsprechend den Gln. (23) und (24) durch den Gesamtdruck und die Temperatur, so ist:

$$\text{grad}_r p =$$

$$\frac{[p + 2S - 2\sqrt{p(S+S^2)}] e^2 B_z^2 (\text{d}S/\text{dT}) \text{grad}_r T}{Vp S + S^2 \frac{[p + S - \sqrt{p(S+S^2)}]}{(kT)^2} [(Vp S + S^2 - S) \varepsilon_{ie} (\varepsilon_{i0} + \varepsilon_{e0}) + [p + 2S - 2\sqrt{p(S+S^2)}] \varepsilon_{i0} \varepsilon_{e0}] + [\sqrt{p(S+S^2 - S)} e^2 B_z^2]}.$$

Da  $T$  eine eindeutig umkehrbare Funktion des Radius  $r$  ist, kann man weiter schreiben:

$$\text{grad}_r p = \frac{dp}{dT} \text{grad}_r T.$$

Führt man dies in Gl. (27) ein, so erhält man eine Differentialgleichung in  $p$  und  $T$ , da die Reibungskoeffizienten nur von der Temperatur abhängen. Es muß allerdings noch die magnetische Induktion berechnet werden, die natürlich nicht gleich der von außen angelegten Induktion  $B_{0z}$  sein kann.

Das von außen durch Spulen erzeugte magnetische Feld  $B_{0z}$  wird durch das von den  $j_r$ -Strömen herührende Feld  $b_z$  geschwächt.

$$B_z = B_{0z} - b_z. \quad (28)$$

Zur Berechnung von  $B_z$  gehen wir nochmals von der Grundgleichung (4) in Vektorform aus, die sich mit Gl. (12) schreiben lässt:

$$\text{grad } p = [\text{rot } \mathfrak{B} \times \mathfrak{B}] / \mu_0. \quad (29)$$

Durch eine Vektorumformung erhält man:

$$\text{grad } p = -\frac{1}{\mu_0} \text{grad} \frac{B^2}{2} + \frac{1}{\mu_0} (\mathfrak{B} \text{ grad}) \mathfrak{B}. \quad (30)$$

Da der letzte Term der Gl. (30) bei der vorhandenen Geometrie verschwindet, geht (30) über in:

$$\text{grad}(p + B^2/2 \mu_0) = 0. \quad (31)$$

Integriert liefert dies:

$$p + \frac{B_z^2}{2 \mu_0} = p_A + \frac{B_{0z}^2}{2 \mu_0} = \text{const.} \quad (32)$$

$p_A$  bedeutet dabei den Gasdruck außerhalb der Leitfähigkeitszone. In diesem Bereich ist die magnetische Induktion gleich der von außen angelegten.

Im Gebiet der elektrischen Leitfähigkeit erhält man für die magnetische Induktion mit (32)

$$B_z^2 = B_{0z}^2 + 2 \mu_0 (p_A - p). \quad (33)$$

Dieser Ausdruck muß in die vorangehenden Gleichungen stets eingesetzt werden. Für die Integration sind die Größen  $B_{0z}^2$  und  $p_A$  feste Parameter.

#### IV. Berechnungen des Druckverlaufes für eine Wasserstoffentladung

Vorausgesetzt werden soll, daß die Anfangstemperatur bereits so hoch ist, daß kein Wasserstoffmoleküle mehr vorhanden sind.

Für die Reibungskoeffizienten  $\varepsilon_{kl}$  liefert ein Vergleich mit der kinetischen Gastheorie (s. Handbuch der Physik, Bd. XII, S. 345) :

$$\varepsilon_{kl} = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{\pi} k T \frac{m_k + m_l}{m_k m_l}} Q_{kl}, \quad (34)$$

wobei  $Q_{kl}$  gleich dem Wirkungsquerschnitt für den Stoß eines Teilchens der Sorte  $k$  gegen ein solches der Sorte  $l$  ist. Für unseren Fall wird:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i0} &= \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{\pi} k T \frac{m_0}{2}} Q_{i0}, \\ \varepsilon_{e0} &= \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{\pi} k T m_e} Q_{e0}, \\ \varepsilon_{ie} &= \frac{4}{3} \sqrt{\frac{8}{\pi} k T m_e} Q_{ie}. \end{aligned} \quad (35)$$

Für den Wirkungsquerschnitt  $Q_{ie}$  ist nach MAECKER, PETERS und SCHENK<sup>2</sup> einzusetzen:

$$Q_{ie} = \frac{e^4}{(kT)^2} \ln \frac{kT}{e^2 n_e^{1/3}} = \frac{2,78 \cdot 10^{-6}}{T^2} \ln \frac{(kT)^{4/3}}{e^2 p_e^{1/3}} \quad (36)$$

$$Q_{ie} = \frac{2,78 \cdot 10^{-6}}{T^2} \ln A,$$

$$\ln A = -2,634 + 3,071 \log^{10} T - 0,768 \log^{10} p_e.$$

Die beiden anderen Wirkungsquerschnitte  $Q_{i0}$  und  $Q_{e0}$  sind nicht sonderlich genau bekannt. Sie sollen deshalb zunächst als Parameter beibehalten werden.

Setzt man die  $\varepsilon_{kl}$ -Werte in Gl. (27) ein, so erhält man mit einer kleinen Umformung:

<sup>2</sup> H. MAECKER, T. PETERS u. H. SCHENK, Z. Phys. 139, 448 [1948].

$$\frac{dp}{dT} = \frac{[p+2S-2\sqrt{pS+S^2}]e^2B_z^2(dS/dT)}{\left(VpS+S^2[p+S-\sqrt{pS+S^2}]\right)\frac{1,25 \cdot 10^{-25}}{kT}Q_{i0}\left[\left(\sqrt{pS+S^2}-S\right)\frac{2,78 \cdot 10^{-6}}{T^2}\ln A \cdot \left(1+3,31 \cdot 10^{-2}\frac{Q_{e0}}{Q_{i0}}\right) + (p+2S-2\sqrt{pS+S^2})Q_{e0}\right] + [VpS+S^2-S]e^2B_z^2}\quad (37)$$

Für die in der SAHA-Gleichung (10) auftretende Ionisationsenergie fand der Wert  $E_i = 13,54$  eV Verwendung.

Für  $B_z^2$  muß eingesetzt werden:

$$B_z^2 = B_{0z}^2 + 2\mu_0(p_A - p).$$

Parameter für die maschinelle Integration sind dann

$$B_{0z}, p_A, Q_{i0} \text{ und } Q_{e0}.$$

In Abb. 1 ist für die Außendrucke  $p_A = 1 \cdot 10^5$  dyn/cm<sup>2</sup> und  $p_A = 1 \cdot 10^4$  dyn/cm<sup>2</sup> bei einer magnetischen Induktion  $B_{0z} = 20$  kG der Druck in der Ent-

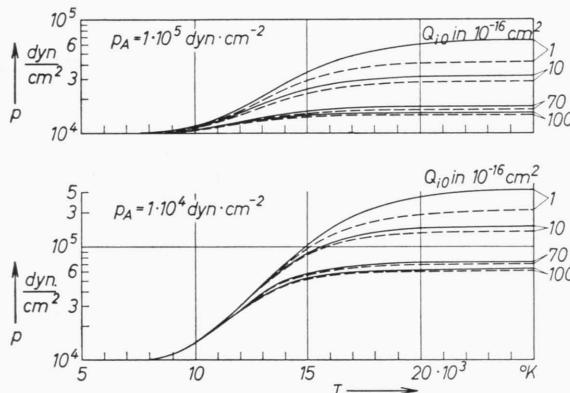


Abb. 1. Druckverlauf über der Temperatur  $T$  für verschiedene Wirkungsquerschnitte  $Q_{i0}$  und  $Q_{e0}$ . Magnetische Induktion  $20$  kG. Außendruck  $p_A = 1 \cdot 10^5$  dyn/cm<sup>2</sup> bzw.  $p_A = 1 \cdot 10^4$  dyn/cm<sup>2</sup>. — Wasserstoff. —  $Q_{e0}=21,7 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>, —  $Q_{e0}=120 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>.

ladung über der Temperatur aufgetragen. Parameter an den Kurven sind die Wirkungsquerschnitte  $Q_{i0}$  und  $Q_{e0}$ . Für  $Q_{e0}$  wurde einmal der von MAECKER angegebene Wert von  $120 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup> (Handbuch der Physik, Bd. XII, S. 380) und andererseits der von MASSEY<sup>3</sup> bestimmte Wert verwendet. Man sieht, daß die unterschiedlichen Werte von  $Q_{e0}$  vor allem bei größeren Werten von  $Q_{i0}$  keinen großen Einfluß auf den Druckverlauf haben. Der Druckanstieg wird dagegen um so kleiner, je größer  $Q_{i0}$  ist. Der Wert von  $70 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup> scheint unter Berücksichtigung des Umladungsquerschnittes am wahrscheinlichsten zu sein<sup>4</sup>.

Für die weiteren Betrachtungen wurden daher stets die Werte

$$Q_{i0} = 70 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \text{ und } Q_{e0} = 120 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$$

benutzt. In den Abb. 2, 3 und 4 ist bei verschiedenen Außendrucken der Druckverlauf über der Temperatur aufgetragen, wobei hier das Magnetfeld  $B_{0z}$  Parameter ist. Man sieht aus Abb. 2, daß bei einem Außendruck von  $p_A = 1 \cdot 10^4$  dyn/cm<sup>2</sup> und einem leicht zu erreichenden Magnetfeld von  $30$  kG der maximale Druck bei vollkommener Ionisation fast

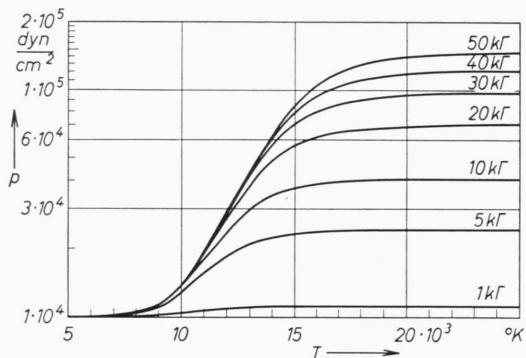


Abb. 2. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 1 \cdot 10^4$  dyn/cm<sup>2</sup>. — Wasserstoff.  $Q_{i0}=70 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>,  $Q_{e0}=120 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>.

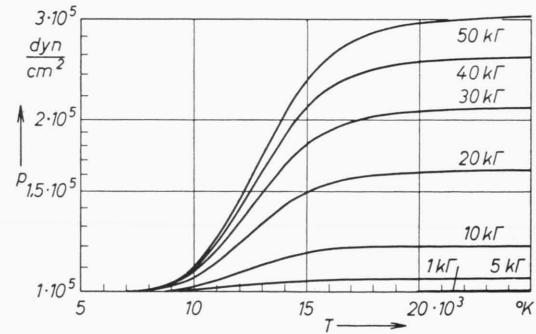


Abb. 3. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 1 \cdot 10^5$  dyn/cm<sup>2</sup>. — Wasserstoff.  $Q_{i0}=70 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>,  $Q_{e0}=120 \cdot 10^{-16}$  cm<sup>2</sup>.

<sup>3</sup> H. S. W. MASSEY u. E. S. H. BURHOP, Electronic and Ionic Impact Phenomena, Oxford University Press, Oxford 1952.

<sup>4</sup> W. L. FITE, R. F. STEBBINGS, D. G. HUMMER u. R. T. BRACKMANN, Phys. Rev. **119**, 663 [1960]. — A. DALGARNO u. H. N. YADAW, Proc. Phys. Soc., Lond. A **66**, 173 [1953].

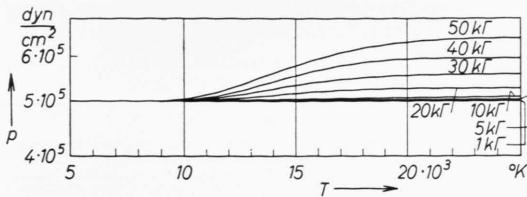


Abb. 4. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 5 \cdot 10^5 \text{ dyn}/\text{cm}^2$ . — Wasserstoff.  $Q_{i0}=70 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ ,  $Q_{e0}=120 \cdot 10^{-16} \text{ cm}$ .

den 10-fachen Wert des Außendruckes erreicht. Je höher der Außendruck wird, um so geringer wird bei gleichem Außenmagnetfeld die Druckerhöhung. Die ist natürlich evident, da mit steigendem Druck die freie Weglänge verkleinert wird, und das letztlich entscheidende Verhältnis von freier Weglänge zu Gyrationradius für Elektronen und Ionen abnimmt. Aber selbst bei einem Außendruck von  $5 \cdot 10^5 \text{ dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$  ist bei  $B_0 = 30 \text{ kG}$  noch eine Druckerhöhung von  $\sim 20\%$  festzustellen.

## V. Berechnung des Druckverlaufs für eine Helumentladung

Bei Helium liegt der glückliche Umstand vor, daß die zweite Ionisation erst bei einer Temperatur einsetzt, bei der bereits die erste vollständig abgeschlossen ist, also kein Neutralgas mehr existiert. Aus diesem Grunde läßt sich der Druckverlauf für den Bereich der Einfachionisation ohne Berücksichtigung der zweiten Ionisationsstufe ganz analog wie bei Wasserstoff berechnen. Im Temperaturgebiet der Zweifachionisation muß sich derselbe Effekt wiederholen, jedoch ist von einer Berechnung hier abgesehen.

Zur quantitativen Berechnung des Druckverlaufes ist es nur notwendig, in Gl. (27) andere Werte für die Reibungskoeffizienten  $\varepsilon_{jk}$  und die SAHA-Gleichung einzusetzen.

Für den Wirkungsquerschnitt  $Q_{e0}$  wurde der im Handbuch der Physik, Bd. XII, von MAECKER angegebene Wert von  $Q_{e0}=5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  benutzt. Er stimmt etwa mit dem aus der Darstellung von BATES<sup>5</sup> zu berechnenden Wert von  $Q_{e0}=8,4 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  überein.

Beim Querschnitt  $Q_{i0}$  wurde ein Wert von  $Q_{i0}=100 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$  verwandt. Dieser Querschnitt setzt

sich additiv aus dem Umladungsquerschnitt und dem Querschnitt für elastische Streuung zusammen<sup>6</sup>. Der COULOMB-Querschnitt  $Q_{ei}$  ist wie für Wasserstoff beibehalten worden.

In den Abb. 5, 6 und 7 ist wieder der Druckverlauf über der Temperatur in Abhängigkeit vom Außendruck und der magnetischen Induktion aufgetragen.

Auch hier sieht man, daß bei einem Außendruck von  $p_A=1 \cdot 10^4 \text{ dyn}/\text{cm}^2$  der Druck bei vollkomme-

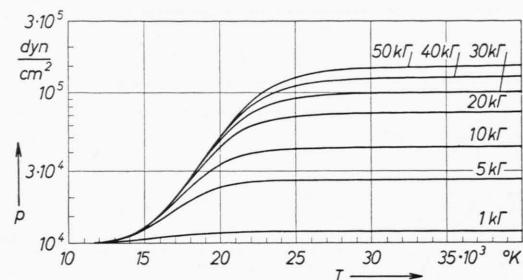


Abb. 5. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 1 \cdot 10^4 \text{ dyn}/\text{cm}^2$ . — Helium.

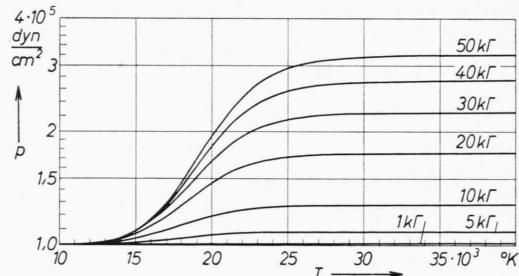


Abb. 6. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 1 \cdot 10^5 \text{ dyn}/\text{cm}^2$ . — Helium.

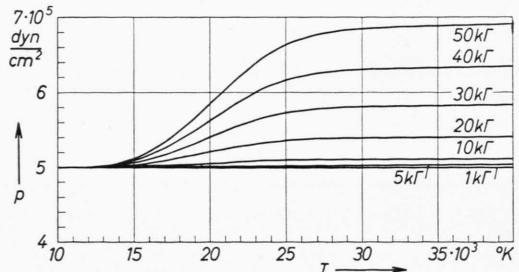


Abb. 7. Druck  $p$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für verschiedene magnetische Induktionen. Außendruck  $p_A = 5 \cdot 10^5 \text{ dyn}/\text{cm}^2$ . — Helium.

<sup>5</sup> Ed. BATES, Atomic and Molecular Processes, Academic Press, New York 1962, S. 315.

<sup>6</sup> B. ZIEGLER, Z. Phys. 136, 108 [1953].

ner erster Ionisation bei einer Induktion von  $30 \text{ kT}$  den 10-fachen Wert des Ausgangsdruckes erreicht. Die Temperaturskala ist allerdings gegenüber Wasserstoff wegen der höheren Ionisationsenergie des Heliums erheblich verschoben. Beträgt der Außen- druck  $5 \cdot 10^5 \text{ dyn/cm}^2$ , so ist allerdings die Druck- erhöhung erheblich niedriger als bei Wasserstoff.

## VI. Der Einfluß des Eigenfeldes der Entladung

In unserem Modell hatten wir vorausgesetzt, daß die magnetische Induktion nur eine  $z$ -Komponente hat. In Wirklichkeit ist stets auch eine  $B_\varphi$ -Komponente vorhanden, die durch den axialen Entladungsstrom hervorgerufen wird. Das Zusammenwirken von Entladungsstrom und zugehörigem  $B_\varphi$ -Feld führt ebenfalls zu einer radial gerichteten LORENTZ-Kraft. Um den hierdurch hervorgerufenen Druckgradienten abzuschätzen, nehmen wir einen Kanal konstanter elektrischer Leitfähigkeit mit dem Radius  $r_0$  an. Innerhalb dieses Kanals ist eine magnetische Induktion vorhanden:

$$B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I r}{2 \pi r_0^2} \quad (r \leq r_0), \quad (38)$$

außerhalb des Kanals gilt:

$$B_\varphi(r) = \frac{\mu_0 I}{2 \pi r} \quad (r \geq r_0), \quad (39)$$

Der Impulserhaltungssatz liefert für  $r \leq r_0$

$$\frac{dp}{dr} = -j_z B_\varphi = -\frac{\mu_0 I r}{2 \pi r_0^2} j_z = -\frac{\mu_0 I^2 r}{2 \pi^2 r_0^4}. \quad (40)$$

Integriert man diese Gleichung, so ergibt sich für den Druck die Beziehung

$$p = -\frac{\mu_0 I^2}{2 \pi^2 r_0^4} \int_0^r r \, dr + p_i, \quad (41)$$

wobei  $p_i$  den Achsendruck angibt, oder

$$p_i - p = \Delta p = \frac{\mu_0 I^2 r^2}{4 \pi^2 r_0^4}. \quad (42)$$

Die maximale Druckdifferenz erhält man für  $r = r_0$

$$\Delta p_{\max} = \frac{\mu_0 I^2}{4 \pi^2 r_0^2} = \frac{10^{-2} I^2}{\pi r_0^2} \text{ dyn/cm}^2 \quad (I \text{ in Amp}). \quad (43)$$

Für Abstände  $r > r_0$  wird  $dp/dr = 0$ , da in diesem Bereich  $j = 0$  ist.

Der Einfluß des Eigenmagnetfeldes  $B_\varphi$  auf die Diffusionserscheinungen selbst kann stets vernachlässigt werden.

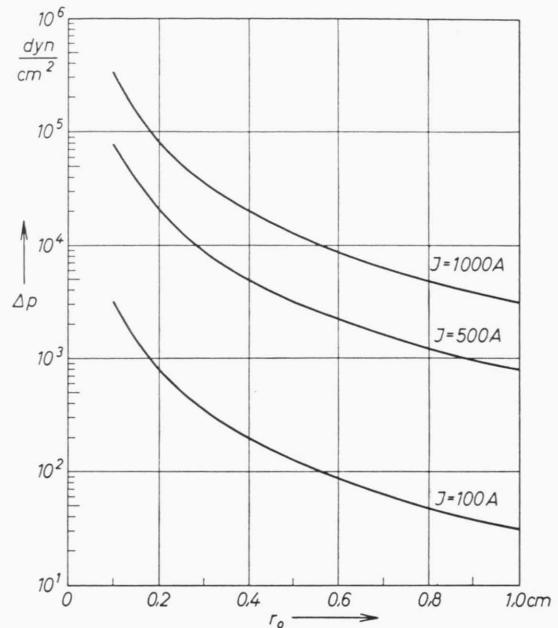


Abb. 8. Maximale Druckerhöhung  $\Delta p$  durch das Eigenmagnetfeld des Entladungsstromes in Abhängigkeit vom Radius  $r_0$  des stromführenden Kanals.

In Abb. 8 ist die nach Gl. (43) berechnete maximale Druckdifferenz über dem Radius des Stromkanals  $r_0$  für verschiedene Entladungsströme  $I$  aufgetragen. Man kann aus dieser Darstellung entnehmen, wann die Wirkung des Eigenmagnetfeldes von Bedeutung wird.

Diese Arbeit wurde im Rahmen des Vertrages zwischen dem Institut für Plasmaphysik GmbH und der Europäischen Atomgemeinschaft über die Zusammenarbeit auf dem Gebiete der Plasmaphysik durchgeführt.